

*krzywe wzbogacania,  
ocena rozdziału, statystyka,  
krzywa Fuerstenaua,  
krzywa Henry'ego*

Ewelina SZYMKOWIAK\*, Jan DRZYMAŁA\*

## **PROBLEMY WYBORU KRZYWEJ WZBOGACANIA DO ANALIZY WYNIKÓW FLOTACJI**

*Wpłynęło 11 maja 2010 r., zaakceptowano 18 maja 2010 r.*

W pracy analizowano wybrane wyniki wzbogacania polskiej rudy miedzi z Legnicko-Głogowskiego Okręgu Miedziowego przerabiane w KGHM Polska Miedź S.A. Wyniki te wykresiano w postaci tak zwanych krzywych wzbogacania. W oparciu o statystyczną analizę regresji stwierdzono, że spośród ośmiu krzywych, wykres Henry'ego wiążący wychód koncentratu z zawartością Cu w koncentracie dostarczył największej wartości współczynnika determinacji ( $R^2 = 0,62$ ), a po nim wykres Fuerstenaua, wiążący uzysk Cu w koncentracie  $\varepsilon$  z uzyskiem pozostałych składników w odpadzie  $\varepsilon_0$  ( $R^2 = 0,31$ ). Pozostałe wykresy dostarczyły mniejszych wartości  $R^2$ . Dodatkowa analiza statystyczna wykazała, że na wykresie Henry'ego występuje zależność położenia punktów wzbogacania od zawartości Cu w nadawie, podczas gdy nie ma jej na wykresie Fuerstenaua, ale tutaj występuje podzbiór punktów ( $\varepsilon_0$  niezależne od  $\varepsilon$ ), który obniża wartości  $R^2$ . Fakty te wskazują, że współczynnik determinacji  $R^2$  nie jest dobrym wskaźnikiem dopasowania rodzaju wykresu wzbogacania do wyników przemysłowego wzbogacania rud miedzi.

### **1. WPROWADZENIE**

Wyniki procesów separacji traktowanych jako wzbogacanie przedstawia się zwykle w formie tabel lub wykresów. Ponieważ prawidłowa analiza danych wzbogacania wymaga śledzenia zmienności jednocześnie dwóch parametrów (jakości i ilości lub im równoważnych), krzywe wzbogacania są zdecydowanie bardziej użyteczne niż same tabele z bilansami. Pojawia się jednak pytanie, którą krzywą

---

\* Politechnika Wrocławska, Wydział Geoinżynierii Górnictwa i Geologii, Instytut Górnictwa, pl. Teatralny 2, 50-051 Wrocław.

wzbogacania wybrać. Ich liczba teoretycznie jest nieskończona. Przy wyborze krzywej wzbogacania badacze najczęściej kierują się przyzwyczajeniem i stosują swoje ulubione krzywe wzbogacania lub takie, z jakimi najczęściej się stykają śledząc literaturę dotyczącą przeróbki kopalin. W pewnym sensie jest to uzasadnione, gdyż każda krzywa separacji jest oparta o te same wyjściowe dane liczbowe, a zatem zawiera w sobie te same informacje. Jednakże krzywe wzbogacania pokazują te same dane inaczej, co powoduje, że wyciągnięcie z ich użytecznych informacji staje się albo bardzo łatwe lub utrudnione, czy też niemożliwe. Jest to zwłaszcza aktualne, gdy podczas separacji jakość nadawy ulega zmianie oraz gdy dane analizuje z użyciem metod statystycznych. Wtedy w układzie ulegają zmianie nawet trzy parametry, na przykład ilość wybranego produktu, jego jakość oraz jakość nadawy. Pojawia się wtedy dylemat, czy wykreślać trójwymiarowe krzywe wzbogacania, czy też pozostać przy krzywych dwuwymiarowych, godząc się na pewien rozrzut punktów pomiarowych, lub też skorzystać z tzw. alfa-nieczułych krzywych wzbogacania (Drzymała 2006 i 2008). W tej pracy rozważono wiele „dwuwymiarowych” krzywych wzbogacania, które użyto do opisu wybranych przemysłowych wyników flotacji polskich rud miedzi. Wśród krzywych wzbogacania były zarówno  $\alpha$ -czułe jak i  $\alpha$ -nieczułe krzywe wzbogacania, a celem pracy było określenie, która z badanych krzywych wzbogacania najlepiej nadaje się do analizy wyników separacji pod względem najmniejszego rozrzutu danych oraz łatwości i wierności opisu równaniami matematycznymi. Ma to duże znaczenie dla opisu, analizy, oceny, porównywania i optymalizacji wzbogacania rud i surowców.

## 2. DANE DO OBLICZEŃ

Analizie poddano dane: zawartość Cu w nadawie  $\alpha$ , koncentracie  $\beta$  oraz odpadzie  $\mathcal{G}_o$ . Wystarczają one do wyliczenia dowolnego innego parametru opisującego wynik wzbogacania, na przykład uzysku czy współczynnika wzbogacania. Były to dane 3-zmianowe, w okresie jednego miesiąca, pozyskane z wybranego zakładu przerobczego rudy miedzi. Dane te podano w tabeli 1. W oparciu o wartości  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\mathcal{G}_o$  wyliczono inne parametry wzbogacania, niezbędne do wykreślenia różnych krzywych wzbogacania. Niektóre z nich, takie jak wychód koncentratu  $\gamma = (100(\alpha - \mathcal{G}_o))/(\beta - \mathcal{G}_o)$ , uzysk Cu w koncentracie  $\varepsilon = \gamma\beta/\alpha$ , uzysk Cu w odpadzie  $\varepsilon_o = 100 - \gamma(100 - \beta)/(100 - \alpha)$  także podano w tabeli 1. Wartości jakie przyjmują poszczególne parametry poddano analizie statystycznej dla określenia ich wartości średniej, maksymalnej, minimalnej, odchylenia standardowego od średniej oraz skośność rozkładu. Z tabeli 1 oraz 2, a także z rysunku 1 wynika, że wszystkie parametry mają rozkład w dużym stopniu zbliżony do normalnego, co upoważnia do podjęcia obliczeń korelacyjnych między parametrami tworzącymi krzywe wzbogacania.

Tabela 1. Zmianowe wyniki wzbogacania rudy miedzi w jednym z zakładów przerobczych i ich statystyka

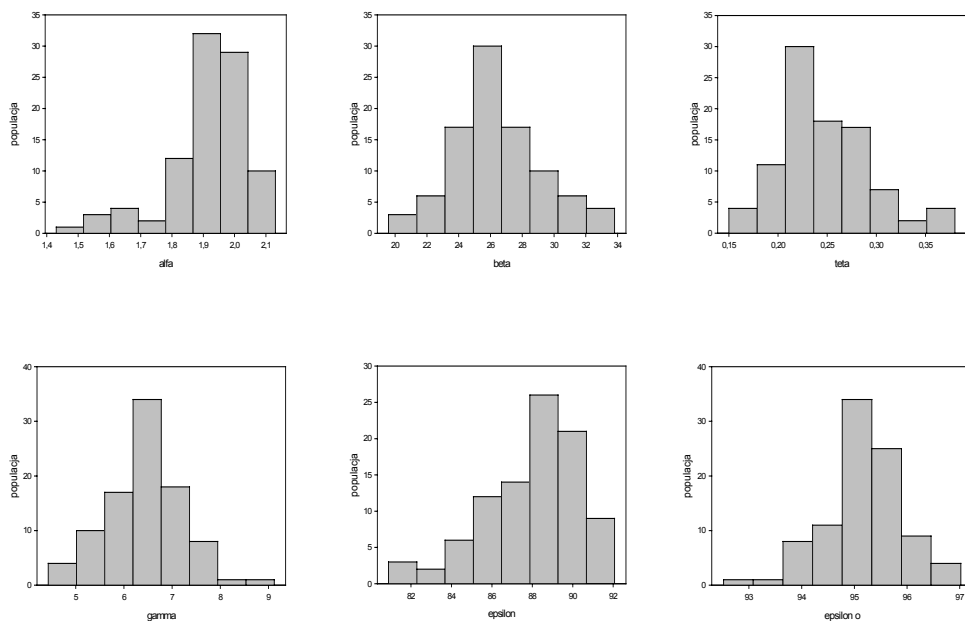
dzień i zmiany	Dane wyjściowe			Dane obliczone			dzień i zmiany	Dane wyjściowe			Dane obliczone		
	$\alpha$	$\beta$	$\nu_o$	$\gamma$	$\varepsilon$	$\varepsilon_o$		$\alpha$	$\beta$	$\nu_o$	$\gamma$	$\varepsilon$	$\varepsilon_o$
	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)		(%)	(%)	(%)	(%)	(%)	(%)
1	1,82	31,50	0,22	5,12	88,53	96,43	17	1,91	25,96	0,27	6,40	86,80	95,17
	1,94	24,99	0,24	6,88	88,49	94,74		2,03	29,66	0,24	6,07	88,87	95,64
	1,97	28,25	0,21	6,26	89,98	95,42		2,03	29,92	0,32	5,76	85,11	95,88
2	1,91	25,59	0,25	6,55	87,77	95,03	18	1,85	33,81	0,37	4,43	80,89	97,02
	1,98	29,82	0,22	5,96	89,58	95,73		1,92	27,70	0,37	5,67	81,83	95,82
	1,90	26,18	0,23	6,45	88,70	95,14		1,91	27,14	0,27	6,09	86,69	95,48
3	2,04	23,48	0,22	7,80	90,03	93,90	19	1,86	31,55	0,24	5,16	87,73	96,40
	1,97	28,00	0,24	6,23	88,58	95,42		2,09	29,63	0,26	6,23	88,34	95,52
	2,08	26,55	0,24	6,98	89,24	94,77		1,97	25,32	0,24	6,90	88,66	94,75
4	2,04	25,93	0,23	7,04	89,52	94,67	20	1,95	28,05	0,32	5,86	84,51	95,70
	2,13	25,33	0,20	7,66	91,31	94,16		1,92	29,14	0,24	5,81	88,23	95,80
	2,04	26,50	0,23	6,91	89,53	94,82		1,86	24,47	0,23	6,73	88,47	94,82
5	2,01	26,20	0,18	7,01	91,65	94,72	21	1,78	20,97	0,18	7,71	90,68	93,79
	1,93	28,10	0,18	6,27	91,26	95,40		1,43	23,09	0,15	5,59	90,10	95,64
	1,96	27,28	0,22	6,44	89,51	95,23		1,57	29,65	0,21	4,63	87,27	96,69
6	1,92	25,86	0,20	6,72	90,31	94,92	22	1,89	22,34	0,20	7,63	90,23	93,96
	1,87	23,43	0,16	7,35	92,07	94,27		1,95	24,53	0,23	7,07	89,03	94,56
	2,07	27,46	0,20	6,86	91,00	94,92		1,83	20,76	0,22	7,86	88,95	93,65
7	1,77	23,14	0,18	6,92	90,53	94,58	23	1,96	19,59	0,19	9,12	91,19	92,52
	1,55	24,66	0,16	5,66	90,24	95,67		1,89	26,31	0,18	6,53	91,07	95,10
	1,78	24,93	0,21	6,35	88,95	95,15		2,11	23,27	0,21	8,24	90,87	93,54
8	1,86	26,28	0,23	6,24	88,39	95,31	24	1,92	25,23	0,24	6,74	88,36	94,86
	2,03	26,14	0,22	6,97	89,90	94,74		1,93	28,28	0,28	5,91	86,38	95,68
	2,01	23,26	0,22	7,75	89,88	93,93		1,89	26,87	0,34	5,84	83,06	95,65
9	2,04	28,76	0,22	6,36	89,88	95,37	25	2,00	26,48	0,29	6,53	86,45	95,10
	1,89	30,79	0,24	5,42	88,02	96,18		2,05	26,83	0,30	6,61	86,35	95,06
	1,88	27,85	0,24	5,96	88,02	95,62		2,00	25,76	0,27	6,79	87,42	94,85
10	1,96	23,50	0,21	7,51	90,08	94,14	26	2,05	26,41	0,28	6,77	87,27	94,91
	1,99	24,78	0,22	7,19	89,72	94,48		1,89	26,23	0,28	6,20	86,11	95,33
	1,92	28,18	0,25	5,98	87,75	95,62		2,04	26,64	0,28	6,68	87,20	95,00
11	1,84	24,31	0,21	6,78	89,39	94,77	27	1,91	31,18	0,23	5,43	88,61	96,19
	1,89	24,40	0,23	6,89	88,70	94,69		1,95	27,36	0,22	6,38	89,44	95,28
	1,82	24,35	0,22	6,63	88,71	94,89		1,98	26,52	0,23	6,65	89,15	95,01
12	1,98	26,96	0,23	6,55	89,15	95,12	28	1,67	26,27	0,19	5,68	89,28	95,74
	2,03	26,33	0,26	6,79	88,06	94,89		1,61	23,32	0,17	6,22	90,10	95,15
	1,86	30,46	0,25	5,31	87,24	96,24		1,75	23,88	0,28	6,23	84,99	95,18
13	1,81	30,91	0,29	4,96	84,77	96,51	29	1,95	26,52	0,28	6,38	86,59	95,22
	1,90	25,98	0,38	5,94	81,19	95,52		1,94	26,41	0,29	6,34	86,03	95,24
	1,98	30,20	0,36	5,41	82,77	96,14		1,90	22,23	0,21	7,67	89,79	93,92
14	1,67	23,06	0,21	6,38	88,21	95,01	30	1,95	32,05	0,28	5,24	86,36	96,37
	1,57	23,07	0,23	5,85	86,17	95,43		2,10	25,82	0,26	7,22	88,54	94,53
	1,63	23,42	0,26	5,92	85,00	95,39		2,00	28,13	0,24	6,31	88,76	95,37

15	1,96	24,78	0,31	6,75	85,27	94,82	31	1,90	32,59	0,29	4,98	85,50	96,57
	2,02	25,70	0,29	6,81	86,62	94,84		2,07	28,21	0,30	6,34	86,43	95,35
	1,96	24,68	0,32	6,75	84,81	94,81		1,99	29,37	0,27	5,93	87,27	95,73
16	1,92	29,56	0,33	5,42	83,70	96,11							
	2,10	32,38	0,32	5,54	85,57	96,18							
	1,93	25,21	0,27	6,64	86,91	94,94							

Tabela 2. Statystyka rozpatrywanych parametrów wzbogacania

Statystyka	$\alpha$	$\beta$	$\vartheta$	$\gamma$	$\varepsilon$	$\varepsilon_0$	$\varepsilon_0 - \varepsilon$
liczba danych	93	93	93	93	93	93	93
wartość minimalna	1,430	19,590	0,150	4,430	80,890	92,520	1,330
wartość maksymalna	2,130	33,810	0,380	9,120	92,070	97,020	16,130
wartość średnia	1,917	26,558	0,246	6,416	87,974	95,178	7,203
odchylenie standardowe	0,131	2,804	0,0487	0,800	2,336	0,755	2,828
przedział ufności średniej*	0,027	0,577	0,010	0,165	0,481	0,155	0,582
indeks skośności rozkładu	-1,361	0,242	0,644	0,261	-0,897	-0,353	0,653
dane odbiegające** (poz. tab.1)	21b	brak	brak	23a	18a	23a	18a

\* tablicowe  $\mu_{0,05, 93} = 1,986$ , \*\* więcej niż  $3\sigma$ .

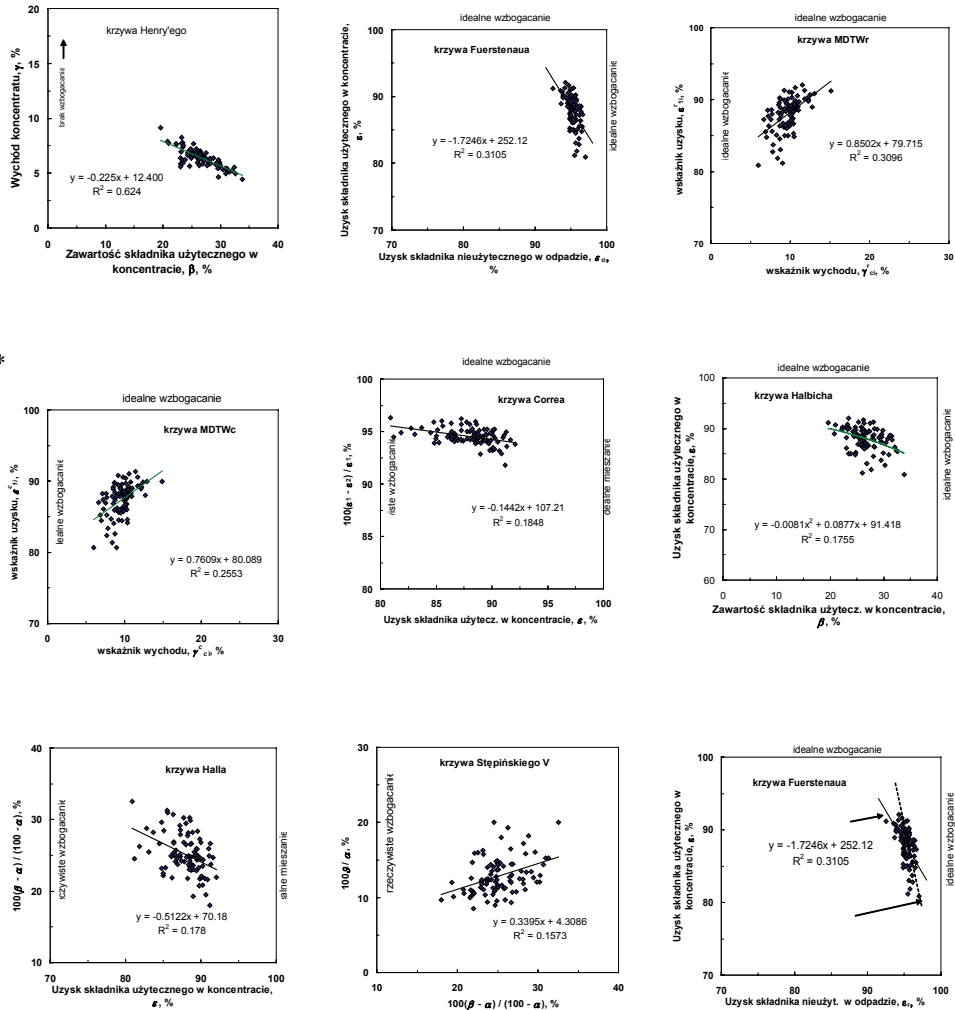


Rys. 1. Dystrybucje rozpatrywanych w pracy parametrów.

Pokazano dystrybucje kolejno  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\vartheta$ ,  $\gamma$ ,  $\varepsilon$ , oraz  $\varepsilon_0$ . W oparciu o bezwzględne wartości indeksu skośności (tabela 2) dystrybucje które są mniejsze od 1,5, są zbliżone do normalnych

### 3. ZASTOSOWANIE RÓŻNYCH KRZYWYCH WZBOGACANIA DO ANALIZY TYCH SAMYCH WYNIKÓW WZBOGACANIA

Do testów użyto wybrane krzywe wzbogacania. Były to jest krzywe: Halbicha, Halla, Henry’ego, Stępińskiego V., Correa, MDTWr, MDTWc, Fuerstenaua oraz pewne modyfikacje krzywych Henry’ego i Fuerstenaua.



Rys. 2. Wyniki flotacji z tabeli 1 przedstawione na różnych krzywych wzbogacania wraz z ich liniową aproksymacją

Właściwości tych krzywych, a także innych, opisano szczegółowo w Atlasie krzywych wzbogacania (Drzymała 2006 i 2008), czy też innych źródłach (Drzymała i in. 2008). Wybrane krzywe wzbogacania, obrazujące dane z tabeli 1, pokazano na rysunku 2. Krzywe te wykorzystują różne parametry wyliczone na podstawie trzech wskaźników wzbogacania  $\alpha$ ,  $\beta$  oraz  $\vartheta$ . Parametry krzywych MDTWr i MDTWr są nieco skomplikowane i je tutaj nie podano, ale szczegółowo zostały poprzednio opisane w pracach: Drzymała (2006, 2007, 2009) oraz Drzymała inni (2007). Za składnik użyteczny uznano miedź pierwiastkową (metaliczną, Cu). Na wszystkie osiem krzywych wzbogacania naniesiono te same wyniki flotacji przemysłowej (rys. 2) dla jednego ciągu wybranego ZWR-u dla jednego miesiąca pracy w systemie trzymianowym. Nazwa ZWR-u oraz daty nie są tutaj istotne, gdyż praca ta ma za zadanie dokonanie analizy sposobu wyboru krzywych wzbogacania, a nie ocenę pracy ZWR-ów.

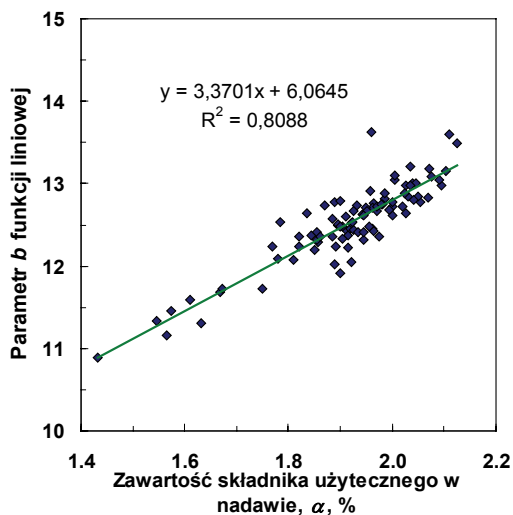
Z rysunku 2 wynika, że każdy wykres wzbogacania jest inny oraz posiada zróżnicowany rozrzut danych, co przekłada się na zmienną skalę trudności przy próbie wiernego opisu wyników separacji równaniami matematycznymi. Najprostszy opis wyników separacji na rozpatrywanych krzywych wzbogacania to wykreślenie zależności liniowej. Poszczególne krzywe wzbogacania na rysunku 2 umieszczono w kolejności malejącej wartości współczynnika determinacji  $R^2$ , który mimo wad (Mazerski 2004), z reguły stosowany jest do oceny jakości opisu danych pomiarowych z użyciem równań matematycznych. Mówi on o ułamku ogólnej zmienności jednej zmiennej wyjaśnianej przez zmiany drugiej zmiennej. Istnieje wiele innych wskaźników oceniających korelację (test Studenta  $t$ , wskaźnik istotności regresji Fischera–Snedecora  $F$ ), ale w rozpatrywanym w tej pracy przypadku charakteryzują one obserwowane regresje podobnie.

Rysunek 2 wskazuje, że z punktu widzenia statystyki współczynnik determinacji  $R^2$ , czy też pochodzącego od niego współczynnika korelacji  $R$  (Volk 1973; Sokal i Rolf 1995) najlepszy opis linią prostą wyników separacji można uzyskać za pomocą wykresu Henry’ego ( $R^2 = 0,624$ ) oraz Fuerstenaua ( $R^2 = 0,310$ ). Nieco niższych wartości dostarczają krzywe MDTWr i MDTWr. Pozostałe krzywe mają małe wartości  $R^2$ .

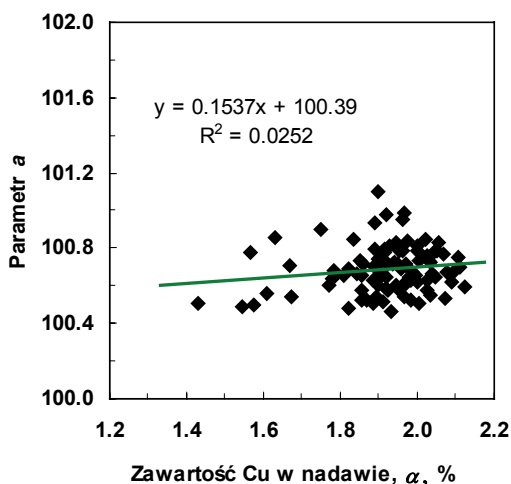
#### 4. WPŁYW SKŁADU NADAWY NA WYNIKI WZBOGACANIA

Ze względu na największe wartości  $R^2$ , dalszej analizie poddane zostały tylko krzywe Henry’ego i Fuerstenaua. Analiza ta polegała na ustaleniu wpływu składu nadawy na wyniki separacji obrazowane rozpatrywaną krzywą wzbogacania. W przypadku krzywej Henry’ego założono (Szymkowiak 2009), że każdy wynik flotacji rozpatrywany osobno można opisać równaniem linii prostej ( $y = Ax + b$ ) o stałym współczynnikiem nachylenia równym  $A$  wynikającym z równania regresji otrzymanego dla wszystkich punktów (rys. 2). Założenie to jest w dużym stopniu spełnione, ze względu na mały rozrzut punktów dla takiej korelacji (rys. 2). Do analizy wzięto pod uwagę parametr  $b$  równania linii prostej dla każdego punktu pomiarowego, który wykreślono

w zależności od zawartości składnika użytecznego (Cu) w nadawie (rys. 3). Z rysunku tego wynika, że zawartość składnika użytecznego (Cu) w nadawie ma wpływ na wyniki separacji oceniane za pomocą krzywej Henry'ego.



Rys. 3. Ilustracja znacznego wpływu (duże  $R^2$ ) składu nadawy (zawartości Cu w nadawie) na wyniki wzbogacania opisywane parametrem  $b$  równania liniowego ( $\gamma = A\beta + b$ ) dla każdego wyniku separacji z krzywej Henry'ego. Wartość parametru  $A$  była stała



Rys. 4. Brak wpływu (małe, poniżej krytycznego,  $R^2$ ) składu nadawy  $\alpha$  na wyniki wzbogacania wyrażane za pomocą parametru  $a$  równania  $\varepsilon = a(100 - \varepsilon_0)/(a - \varepsilon_0)$  opisującego wzbogacanie na krzywej Fuerstenaua

Nieco inaczej postąpiono z wynikami ocenianymi za pomocą krzywej Fuerstenaua. Każdy punkt przybliżono jednoparametrowym równaniem  $y = a(100 - x)/(a - x)$  (Drzymala i Ahmed 2005), a obliczone wartości  $a$  skorelowano z zawartością składnika użytecznego (Cu) w nadawie (rys. 4). Z rysunku 4 wynika, że korelację charakteryzuje małe  $R^2$ , co wskazuje, że zmienność zawartości składnika użytecznego (Cu) w nadawie nie ma w zasadzie wpływu na przebieg krzywej wzbogacania Fuerstenaua. Oznacza to, że formuła wykresu Fuerstenaua na swój specyficzny sposób kompensuje wpływ zmienności  $\alpha$  na wyniki separacji. Jak dotąd wykazano, że najlepiej do opisu i oceny wyników wzbogacania rozpatrywanego zakładu przeróbki rudy miedzi przez okres jednego miesiąca nadają się krzywe Fuerstenaua i Henry'ego. Nie jest jednak jednoznaczne, która z nich jest bardziej przydatna do analizy wyników, gdyż dane na wykresie Henry'ego dostarczają większego współczynnika determinacji  $R^2$  oraz współczynnika korelacji  $R$ , ale położenie punktów z danymi wykazuje zależność od składu nadawy, podczas gdy wykres Fuerstenaua dostarcza mniejszego współczynnika determinacji  $R^2$ , ale nie obserwuje się zależności korelacji od zmienności składu nadawy.

W przypadku krzywej Fuerstenaua cały zbiór punktów pomiarowych w zasadzie składa się z dwóch podzbiorów. Jeden z nich zawiera punkty skupiające się wokół linii pionowej. Dla takiego podzbioru współczynnik korelacji  $R$  wynosi 0. Reszta punktów tworzy drugi podzbiór o odpowiednim współczynniku korelacji, stąd dla obu podzbiorów „uśredniona” wartość  $R^2$  jest niska. Jest to niewątpliwie ułomność statystycznej oceny regresji dla zależności o wysokich wartościach współczynnika nachylenia linii regresji. Należy zatem przedsięwziąć pewne kroki dla „ulepszenia” analizy danych na krzywych Fuerstenaua czy też Henry'ego. W przypadku krzywych wzbogacania Henry'ego usprawnienie to może polegać na uwzględnieniu wpływu zmienności  $\alpha$  na równanie prostej regresji lub wykreślenie rysunku trójwymiarowego (Saramak 2003) czy też podziału zbioru punktów na podzbiory mające różne wartości  $\alpha$ . W przypadku krzywej Fuerstenaua, a także i Henry'ego, kreślenie krzywych (Tumidajski i in. 2007; Saramak 2008) zamiast prostych linii regresji powinno dostarczyć lepszych wskaźników korelacyjnych. Należy także rozważyć użycie innej procedury czy też innego niż współczynnik determinacji  $R^2$  wskaźnika oceniającego dopasowanie regresji do danych pomiarowych opisujących wyniki separacji przy zmiennym składzie nadawy.

## 5. PODSUMOWANIE

Z przeprowadzonych rozważań wynika, że ze względu na specyfikę procesów separacji, współczynnik determinacji  $R^2$  nie jest przydatnym wskaźnikiem do dokonania wyboru najlepszej krzywej wzbogacania dla danego zestawu wyników wzbogacania dla separacji prowadzonej przy zmiennej jakości nadawy. Dlatego staje się niezbędne wytypowanie



innego wskaźnika lub wskaźników statystycznych, które pozwalałyby na obiektywne rozstrzygnięcie, która z krzywych wzbogacania jest najlepsza do oceny, opisu i porównywania wyników separacji dla danego procesu czy danego zakładu przerobczego.

#### PODZIĘKOWANIA

Autorzy dziękują KGHM Polska Miedź S.A. za udostępnienie danych. Praca była częściowo finansowana z Badań Statutowych (zlec. 343–066).

#### LITERATURA

- DRZYMAŁA J., *Mineral Processing. Foundations of theory and practice of mineralurgy*, Oficyna Wyd. Pol. Wroc., also <http://www.dbc.wroc.pl/Content/2070/Drzymala.pdf> (darmowe), 2007
- DRZYMAŁA J., *Atlas of upgrading curves used in separation and mineral science and technology*, Physicochemical Problems of Mineral Processing, 40 (19–29), 41 (27–35), 42, 75–84, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław, 2006, 2007, 2008.
- DRZYMAŁA J., *Podstawy mineralurgii* (wyd. 2, zmienione, elektroniczne), Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, [http://www.dbc.wroc.pl/dlibra/docmetadata?id=3111&from=&dirids=1&ver\\_id=147180&lp=1&QI=306F0F122D3FD8E6D66C7B12481141C2-1](http://www.dbc.wroc.pl/dlibra/docmetadata?id=3111&from=&dirids=1&ver_id=147180&lp=1&QI=306F0F122D3FD8E6D66C7B12481141C2-1), 2009,
- DRZYMAŁA J., AHMED H.A.M., *Mathematical equations for approximation of separation results using the Fuerstenau upgrading curves*, International Journal of Mineral Processing, Elsevier B.V., 2005, 76, s. 55–65.
- DRZYMAŁA J., GRODZKA J., POMIANOWSKI A., *Fizykochemiczna charakterystyka układów rozdrobionych w mineralurgii i biologii*, Oficyna Wydawnicza PWr. Wrocław, 2008.
- DRZYMAŁA J., TYSON D., WHEELOCK T.D., *Presentation of particle beneficiation test results on an equal basis when yield and recovery are involved*, Minerals and Metallurgical Processing, 2007, 24 (3), s. 145–151.
- MAZERSKI J., *Podstawy chemometrii*, (wersja elektroniczna), Wydawnictwo Politechniki Gdańskiej, Gdańsk, 2004.
- SARAMAK D., *Model ekonometryczny działalności KGHM Polska Miedź S.A. jako sposób optymalizacji procesów wzbogacania rud miedzi*, Inżynieria Mineralna, 2003, nr S.3 (10).
- SARAMAK D., *Symulacyjne modele pracy układów technologicznych przeróbki surowców*, Górnictwo i Geologia, 2008, z. 3(3), s. 49–60.
- SOKAL R.R., ROHLF F.J., *Biometry: the principles and practice of statistics in biological research*, 3rd edition, W.H. Freeman and Co., 1995.
- SZYMKOWIAK E., *Wykorzystanie  $\alpha$ -nieczułych krzywych wzbogacania do opracowywania wyników separacji*, praca magisterska, Wydział Geoinżynierii, Górnictwa i Geologii, Politechnika Wroclawska, 2009.
- TUMIDAJSKI T., SARAMAK D., NIEDOBA T., *Matematyczne aspekty opisu i oceny wzbogalności rud miedzi*, Zeszyty Naukowe AGH Górnictwo i Geoinżynieria, 2007, 4, s. 97–106.
- VOLK W., *Statystyka stosowana dla inżynierów*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa, 1973.

#### PROBLEMS OF SELECTION OF PROPER UPGRADING SEPARATION CURVE FOR ANALYSIS OF FLOTATION RESULTS

Results of beneficiation of Polish copper ores processed by KGHM Polska Miedź Co. were investigated. The results were plotted in the form of upgrading separation curves. Using statistical regression analysis it was found the among eight plots the Henry diagram, relating yield of concentrate and Cu

content in the concentrate, provided reasonable determination coefficients ( $R^2 = 0.62$ ) while the Fuerstenau curve, relating recovery of Cu in concentrate with recovery of remaining (not Cu) components in the tailing gave  $R^2 = 0.31$ . Other plots provided smaller  $R^2$  values. Additional statistical analysis showed that in the Henry plot there are still effects of copper content in the feed on the separation results while such influence does not occur in the case of the Fuerstenau plot. These facts indicate that  $R^2$  is not a good indicator of the mathematical fitting of the upgrading industrial copper ores results using different upgrading separation plots.